

2 RS 26112

THREE YEAR B.A. / B.Sc. (CBCS) DEGREE EXAMINATION, SEPTEMBER 2022.

SECOND SEMESTER

Mathematics

Paper II — THREE DIMENSIONAL ANALYTICAL SOLID GEOMETRY

(w.e.f. 2020-21 Admitted batch)

Time : Three hours

Maximum : 75 marks

(No additional sheet will be supplied)

SECTION A — (5 × 5 = 25 marks)

Answer any FIVE questions.

Each question carries 5 marks.

ఏవేని ఐదు ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 5 మార్కులు.

1. Find the equation to plane passing through. $(1, -2, 4), (3, -4, 5)$ and perpendicular to the plane $x + 2y + 2z = 5$
 $(1, -2, 4), (3, -4, 5)$ బిందువుల గుండా పోతూ $x + 2y + 2z = 5$ తలానికి లంబంగా ఉన్న తలం సమీకరణమును కనుక్కోండి.
2. Find the bisecting plane of the acute angle between the planes $3x - 2y - 6z + 2 = 0, -2x + y - 2z - 2 = 0$
 $3x - 2y - 6z + 2 = 0, -2x + y - 2z - 2 = 0$ తలాల మధ్య గల లఘుకోణము యొక్క సమద్విఖండన తలమును కనుక్కోండి.
3. Find in symmetric form the equations of the line $x + y + z + 1 = 0 = 4x + y - 2z + 2$.
 $x + y + z + 1 = 0 = 4x + y - 2z + 2$ అనే రేఖకు సాష్టవ రూపంలో సమీకరణం కనుక్కోండి.
4. Show that the line $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$ lies in the plane $5x + 2y - 3z - 17 = 0$.
 $\frac{x-2}{1} = \frac{y-2}{2} = \frac{z+1}{3}$ అనే రేఖ $5x + 2y - 3z - 17 = 0$ అనే తలంలో ఉన్నదని చూపండి.
5. Find equation to the sphere through $(0,0,0), (a,0,0), (0,b,0), (0,0,c)$
 $(0,0,0), (a,0,0), (0,b,0), (0,0,c)$ గుండా పోయే గోళం సమీకరణము కనుక్కోండి.

6. Find the radius of the circle $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0, z = 0$.
 $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4y - 6z - 2 = 0, z = 0$ సమీకరణాలు సూచించే వృత్తము వ్యాసార్థం కనుక్కోండి.
7. Find the radical plane of the spheres $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + 6 = 0$ and $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 6 = 0$.
 $x^2 + y^2 + z^2 + 4x - 2y + 2z + 6 = 0$ మరియు $x^2 + y^2 + z^2 + 2x - 4y - 2z + 6 = 0$ అనే గోళాల మూలతలము సమీకరణము కనుక్కోండి.
8. Find the equation of the cone whose vertex is $(1,1,0)$ and whose guiding curve is $y = 0, x^2 + z^2 = 4$.
 శీర్షము $(1,1,0)$ మరియు భూవక్రము $y = 0, x^2 + z^2 = 4$ గానూ కల శంఖువు సమీకరణము కనుక్కోండి.
9. Find the enveloping cone of the sphere $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$ with its vertex at the origin $O(0,0,0)$.
 మూల బిందువు $O(0,0,0)$ వద్ద శీర్షము ఉండి, $x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 4z - 1 = 0$ అను గోళమును స్పృశించే జనకరేఖలు కలిగియున్న స్పృశ్య శంఖువు కనుక్కోండి.
10. Find the equation of the reciprocal cone to the cone $3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 2yz + 4zx + 6xy = 0$.
 $3x^2 + 4y^2 + 5z^2 + 2yz + 4zx + 6xy = 0$ అను శంఖువునకు విలోమ శంఖువు సమీకరణము కనుక్కోండి.

SECTION B — (5 × 10 = 50 marks)

Answer ALL the questions.

Each question carries 10 marks.

అన్ని ప్రశ్నలకు సమాధానములు వ్రాయుము.

ప్రతి ప్రశ్నకు 10 మార్కులు.

11. A variable plane is at a constant distance 'P' from the origin and meets the axes in A, B and C. Show that the locus of the centroid of the triangle ΔABC is $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 9p^{-2}$.
 ఒక చరతలము మూలబిందువు నుంచి ఎల్లప్పుడు 'P' దూరంలో ఉంటూ నిరూపకాక్షాలను A, B మరియు C ల వద్ద ఖండించుచున్నది. ΔABC యొక్క కేంద్రాభాసము యొక్క బిందువధము $x^{-2} + y^{-2} + z^{-2} = 9p^{-2}$ అని చూపండి
- Or
12. Show that $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 12yz - 6zx + 4xy + 5x + 10y - 15z + 6 = 0$ represents a pair of parallel planes and find the distance between them.
 $x^2 + 4y^2 + 9z^2 - 12yz - 6zx + 4xy + 5x + 10y - 15z + 6 = 0$ సమీకరణం రెండు సమాంతర తలాలను సూచిస్తుందని చూపండి మరియు వాని మధ్య లంబదూరాన్ని కనుక్కోండి.

2 RS 26112

13. Find the image of the point (1,3,4) in the plane $2x - y + z + 3 = 0$.

$2x - y + z + 3 = 0$ అను తలలో (1,3,4) బిందువు యొక్క ప్రతిబింబమును కనుక్కోండి.

Or

14. Show that the lines $\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ and $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ are coplanar. Find the point of intersection and the plane containing the lines.

$\frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-3}{4}$ మరియు $\frac{x-2}{3} = \frac{y-3}{4} = \frac{z-4}{5}$ రేఖలు సతలీయాలని చూపండి. ఇంకా వాని

వ్యతిరేక బిందువు కనుక్కోండి మరియు వాటి గుండా పోయే తలము కనుక్కోండి.

15. Find the equation to the sphere, passing through the points (1,-4,3), (1,-5,2), (1,-3,0) and centre lies on the plane $x + y + z = 0$.

(1,-4,3), (1,-5,2), (1,-3,0) బిందువుల గుండా పోతూ మరియు కేంద్రము $x + y + z = 0$ తలము పై గల గోళము సమీకరణము కనుక్కోండి.

Or

16. If r_1, r_2 are the radii of the two orthogonal spheres, then show that the radius of the circle of their intersection is $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$.

r_1, r_2 లు రెండు గోళాలకు వ్యాసార్థాలయితే, వాటి ఉమ్మడి వృత్తము వ్యాసార్థము $\frac{r_1 r_2}{\sqrt{r_1^2 + r_2^2}}$ అగునని చూపండి.

17. Find the limiting points of the coaxial system of the spheres $x^2 + y^2 + z^2 - 20x + 30y - 40z + 29 + \lambda (2x - 3y + 4z) = 0$.

$x^2 + y^2 + z^2 - 20x + 30y - 40z + 29 + \lambda (2x - 3y + 4z) = 0$ సరణిలో గోళానికి సమీకరణము అయినచో సహతల గోళసరణి ఆవధి బిందువులు కనుక్కోండి.

Or

18. Find the equation of the cone whose vertex is (5,4,3) and guiding curve $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$.

(5,4,3) శీర్షంగానూ $3x^2 + 2y^2 = 6, y + z = 0$ అనేది ధ్రువక్రంగానూ గల శంఖు సమీకరణము సాధించండి.

2 RS 26112

19. Prove that the cones $ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ and $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 0$ are reciprocal.

$ax^2 + by^2 + cz^2 = 0$ అను శంఖువు యొక్క విలోమ శంఖువు $\frac{x^2}{a} + \frac{y^2}{b} + \frac{z^2}{c} = 0$ అని చూపండి.

Or

20. Find the equation to the right circular cone whose vertex $(2, -3, 5)$ axis PQ which makes equal angles with the axes and semi-vertical angle is 30°

$(2, -3, 5)$ శీర్షముగానూ, 30° శీర్షార్థ కోణమును కలిగి ఉన్న శంఖువు యొక్క అక్షము PQ నిరూప కాక్షములతో సమాన కోణము చేస్తే, ఆ శంఖువు యొక్క సమీకరణము కనుక్కోండి.